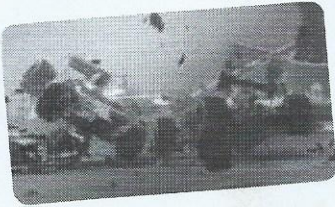


UTN – FRBA – EXAMEN FINAL – PROBABILIDAD Y ESTADISTICA - SEPTIEMBRE 2021

NOMBRE: _____ N° _____



El automovilismo de la fórmula 1 es un deporte riesgoso. Un choque múltiple de 4 autos ocurre con una tasa de 0.5 choques cada dos carreras. En los instantes posteriores a un choque múltiple un automóvil ajeno a la colisión tiene una probabilidad del 40% de chocar al encontrarse inadvertidamente con un choque múltiple.

La lluvia y el viento influyen en el riesgo de accidentes, a partir de 27 mm de lluvia y/o 55 km/h para el viento. Ambas variables son independientes y siguen una distribución normal con media 25 mm, y desvío 5 mm para la lluvia y con media 50 km/h y desvío 10 km/h para el viento.

PREGUNTA 1: En una carrera donde participan 25 autos calcule la probabilidad de que 2 autos colisionen con un auto atravesado en la pista producto de un choque previo múltiple de 4 autos.

PREGUNTA 2: Calcule la probabilidad de que la lluvia o el viento superen los límites de riesgo.

Un formula 1 acelera de 0 a 100 km/h en 2.5 segundos, de 0 a 160 km/h en 4 segundos, de 0 a 200 km/h en 5 segundos, y de 0 a 300 km/h en 10 segundos,

PREGUNTA 3: A-Halle por mínimos cuadrados una recta que relacione el rango de aceleración con los segundos requeridos. B- Pronostique cuanto tardaría un auto en acelerar de 0 a 250 km/h. C-Repita el cálculo para la velocidad máxima observada en un formula 1 que es 370 km/h.

C-Halle el coeficiente de determinación e interprete el resultado. D-Halle el coeficiente de correlación e interprete el resultado. E-Indique que debe hacer si quiere predecir el rango de aceleración que un auto puede alcanzar en 7 segundos

Un auto formula 1 pesa 750 kilos. Se analiza la hipótesis de que el aumento de piezas livianas para mejorar la eficiencia del auto NO tiende a aumentar el peso de los prototipos.

PREGUNTA 4: Si una muestra de 14 autos a los que se les ha colocado nuevo diseño de alerones para incrementar la succion arrojo un peso de 756 kilos y un desvío de 20 kg, determine a un nivel de significación del 5% si es cierta la hipótesis.

PREGUNTA 5: Indique si puede continuar manteniendo dicha decisión si el peso de 756 kilos correspondiera a una muestra de 64 autos.

Las cubiertas de un formula 1 tienen una duración que sigue una normal con media 60 km.

PREGUNTA 6: Si el desvío de una muestra de 25 cubiertas fue 20 km, halle un intervalo de confianza de 95% para la varianza de la duración de las cubiertas.

P4E - OTNB4 Final

HOJA 1

FECHA 24-9-21

El automovilismo de la fórmula 1 es un deporte riesgoso. Un choque múltiple de 4 autos ocurre con una tasa de 0,25 choques cada dos carreras. En los instantes posteriores a un choque múltiple un automóvil ajeno a la colisión tiene una probabilidad del 40% de chocar al encontrarse inadvertidamente con un choque múltiple.

La lluvia y el viento influyen en el riesgo de accidentes, a partir de 27 mm de lluvia y/o 55 km/h para el viento. Ambas variables son indep. y siguen una distribución normal con media 25 mm y desvío 5 mm para la lluvia y con media 50 km/h, y desvío 10 km/h para el viento.

Prog 1 En una carrera donde participan 25 autos calcule la prob. de que 2 autos colisionen con un auto atravesado en la pista producto de un choque previo múltiple de 4 autos

CM: "choque múltiple de 4 autos en una carrera" $P(CM) = 0,25$

Ch: "un auto choca con uno atravesado" $P(Ch | CM) = 0,40$

X: "Cantidad de autos que chocan en una carrera con 25 autos, luego de un choque múltiple"

$$X \sim Bi(25, p) \quad p = P(Ch) = P(Ch | CM)P(CM) + P(Ch | CM^c)P(CM^c)$$

$$p = 0,25 \times 0,4 = 0,1$$

$X \sim Bi(25, 0,1)$

$$P(X=2) = \binom{25}{2} 0,1^2 0,9^{23} = 0,266 \Rightarrow \boxed{P(X=2) = 0,266}$$

es 0 pues si no hay choque múltiple no puede haber auto atravesado en la pista

Prog 2 Calcule la prob. de que la lluvia o el viento superen los límites de riesgo

LL: "Cantidad de lluvia caída, en mm" $LL \sim N(25, 5)$

V: "Velocidad del viento, en km/h" $V \sim N(50, 10)$

riesgo $\rightarrow R$: "la lluvia o el viento superan el límite de riesgo"

$$P(R) = P(LL > 27) + P(V > 55) - \underbrace{P(LL > 27 \cap V > 55)}_{\text{por ser indep} \Rightarrow = P(LL > 27) \cdot P(V > 55)}$$

$$\bullet P(LL > 27) \stackrel{\text{zapp}}{=} 0,34458 \quad \bullet P(V > 55) = 0,30854$$

$$\bullet P(R) = 0,34458 + 0,30854 - 0,34458 \cdot 0,30854 = \boxed{0,547 = P(R)}$$

Un fórmula 1 acelera de 0 a 100 km/h en 2,5 seg., de 0 a 160 km/h en 4 seg., de 0 a 200 km/h en 5 seg. y de 0 a 300 km/h en 10 seg.

Preg 3 a) Halle, por mínimos cuadrados, una recta que relacione el rango de aceleración con los segundos requeridos

x	km/h	100	160	200	300
y	Seg	2,5	4	5	10

$y = a + bx$ con calc: $y = -1,84 + 0,038x$

b) Pronostique cuánto tardaría un auto en acelerar de 0 a 250 km/h

Hallo 'y' para $x = 250 \Rightarrow y = -1,84 + 0,038 \times 250$

$y = 7,66 \text{ seg}$

c) Repita el cálculo para la velocidad máxima deseada en un Fórmula 1 que es de 370 km/h

$x = 370 \Rightarrow$ Si bien está fuera del rango de datos (el valor máximo para x es 300), es relativamente cercano \Rightarrow uso la recta de regresión

$y = 12,22 \text{ seg}$

d) Halle el coef. de determinación e interprete el resultado

$R^2 = \frac{S^2_{xy}}{S_{xx} S_{yy}} = \frac{805^2}{21.200 \times 31,6875} = 0,965 = R^2$

$S_{xx} = \sum_{i=1}^4 x_i^2 - \frac{1}{4} \left(\sum_{i=1}^4 x_i \right)^2 = 165600 - \frac{1}{4} 760^2 = 21.200 = S_{xx}$

$S_{yy} = \sum_{i=1}^4 y_i^2 - \frac{1}{4} \left(\sum_{i=1}^4 y_i \right)^2 = 147,25 - \frac{1}{4} 215^2 = 31,6875 = S_{yy}$

$S_{xy} = \sum_{i=1}^4 (x_i y_i) - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i \cdot \sum_{i=1}^4 y_i = 4890 - \frac{1}{4} 760 \cdot 215 = 805 = S_{xy}$

$R^2 = 0,965$

Como está muy cercano al 1 entonces quiere decir que el modelo explica muy bien a 'x' en función de 'y'

e) Halle el coeficiente de correlación e interprete el resultado

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{805}{\sqrt{21.200 \times 31.6875}} = \boxed{0,9822 = r}$$

Como r es muy cercano al 1 entonces la relación lineal es fuerte. Como es positivo, la función es creciente

f) Indique qué debe hacer si quiere predecir el rango de aceleración que un auto puede alcanzar en 7 segundos.

Los extremos del intervalo de predicción de un valor de 'y' condicionado a x_0 es:

$$\hat{y}_0 \pm t_{m-2, 1-\alpha/2} S \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$$

$\hat{y}_0 = 7 \text{ seg}$ se debe conocer $S = 84,03$; $m = 4$
 $t_{2, 1-\frac{\alpha}{2}}$
 $x_0 = \frac{y_0 + 1,84}{0,038} = \frac{7 + 1,84}{0,038} = 232,63$
 $S_{xx} = 21.200$; $\bar{x} = 190$; $x_0 = 232,63$

Un auto fórmula 1 pesa 750 kg. Se analiza la hip. de que el aumento de piezas ligeras para mejorar la eficiencia del auto NO tiende a aumentar el peso de los prototipos

Preg 4 Si una muestra de 14 autos a los que se les ha colocado nuevo diseño de alerones para incrementar la succión al rojo vivo un peso de 756 kg y un demo de 20kg determine a un nivel de significación del 5% si es cierto la hipótesis.
 No aumenta el peso vs aumenta el peso

$m = 14$
 $\bar{x} = 756$
 $s = 20 \text{ kg}$
 $\alpha = 0,05$

$H_0: \mu = 750$ vs $H_1: \mu > 750$

$e_m = \frac{\bar{x} - 750}{20/\sqrt{14}}$; nt_{13} ; bajo H_0

Rechazo H_0 si $T_{obs} > t_{13, 0,95}$

$t_{13, 0,95} = 1,77093$

$T_{obs} = \frac{756 - 750}{20/\sqrt{14}} = 1,1225$

$T_{obs} < t_{13, 0,95}$
 NO Rechazo H_0

No existen evidencias que muestre que aumenta el peso

Preg 5 Indique si puede continuar manteniendo dicha decisión si el peso de 756 kg correspondiera a una muestra de 64 autos.

$$\bar{X} = 756$$

$$H_0: \mu = 750 \quad \text{vs} \quad H_1: \mu > 750$$

NO aumenta
aumenta

$$e_m = \frac{\bar{X} - 750}{20/\sqrt{64}} \quad n = 13 \text{ bajo } H_0$$

Rechazo H_0 si $t_{obs} > t_{13, 0.95}$

$$t_{obs} = \frac{756 - 750}{2.5} = 2.4$$

$$t_{13, 0.95} = 1.771$$

$$t_{obs} > t_{13, 0.95}$$

Rechazo H_0

Si la muestra es de 64 autos, rechazo la hipótesis de que no aumenta el peso

Las cubiertas de fórmula 1 tienen una duración que sigue una normal con media 60 km.

Preg 6 Si el diseño de una muestra de 25 cubiertas fue 20 km, halle un intervalo de confianza de 95% para la varianza de la duración de las cubiertas

$$n = 25$$

$$X \sim N(60, \sigma)$$

$$V = \sigma^2$$

$$S = 20$$

$$IC_{0.95}(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}} \right] =$$

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\alpha = 0.05$$

$$= \left[\frac{24 \cdot 20^2}{\chi^2_{24, 0.975}}, \frac{24 \cdot 20^2}{\chi^2_{24, 0.025}} \right] =$$

app 39,364
app 12,40115

$$IC_{0.95}(\sigma^2) = [243,88 ; 774,12]$$